

Планируемые результаты изучения факультативного курса

Выпускник научится в 6 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

- Использовать свойства чисел и правила действий с рациональными числами при выполнении вычислений;
- Использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении задач;
- Выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;
- Сравнить рациональные числа;
- Находить НОК и НОД чисел;
- Оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- Выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- Применять принцип Дирихле и его обобщение с дополнительными условиями при решении подходящих задач;
- Изучать некоторые виды игровых стратегий, связанных с симметрией в игровых ситуациях;
- Исследовать механизмы нахождения оценок для наибольших или наименьших значений величин и построение примеров, соответствующих оценкам;
- Решать задачи с помощью шахматной и других видов раскраски;
- Анализировать покрытия площадей прямоугольниками 1×2 , 1×3 , уголками и другими фигурами.

Содержание факультативного курса

Раздел 1. Признаки делимости натуральных чисел. Делимость натуральных чисел с остатком.

В данном разделе широко по сравнению с соответствующими темами учебников по математике для 6 класса изучаются признаки делимости. На основе техники разложения числа в десятичной записи рассматривается общая схема доказательства свойств делимости натуральных чисел. Обобщение признаков делимости на 4 и 8 дает метод доказательства на 2^n . Рассматриваются признаки делимости на 37, 7 и 13. Проводится сравнение различных признаков делимости и анализируется общий метод их доказательства. Попутно проводится анализ логических оснований механизма доказательства. Используются термины теорема, утверждение, условие, вывод, индукция. В каждом случае значение понятия поясняется на примерах.

Далее рассматривается деление натуральных чисел с остатком. По сравнению с материалом школьных учебников, более основательно представлены свойства остатков, свойства наибольшего общего делителя, механизм решения линейных уравнений в целых числах. Излагается схема алгоритма Евклида. Рассматриваются остатки квадратов и кубов натуральных чисел при делении на 3, 4, 7, 8, 9.

Освоение материала раздела осуществляется посредством решения задач на доказательство признаков делимости и вычисление остатков, нахождение решений простейших уравнений в целых числах. Основные рассматриваемые идеи и методы: цикличность остатков, алгоритм Евклида, разложение на множители, делимость на простые числа при решении уравнений в целых числах.

Раздел 2. Принцип Дирихле и его применение для решения задач.

Принцип Дирихле указывает границу на количество элементов в некотором множестве. В задачах, решение которых построено на основании доказательства от

противного, применение принципа Дирихле приводит к логическому противоречию. При обучении построению строгих доказательств математических утверждений принцип Дирихле довольно полезен. В данном разделе на ряде примеров изучается логическая структура принципа Дирихле и его обобщение. Важным аспектом в рассмотрении принципа Дирихле является установление отличий интуитивных соображений от строгого доказательства. Логическая схема доказательства требует тщательного анализа, а для ее усвоения нужно решить довольно много задач, начиная с самых простых.

Решение задач данного раздела позволит обучающимся применять принцип Дирихле как средство получения логического противоречия, четко строить доказательство по схеме от противного.

Освоение материала осуществляется посредством решения задач на применение принципа Дирихле в комбинации с числовыми, алгебраическими и логическими методами. Основные рассматриваемые идеи и методы: доказательство от противного, принцип Дирихле.

Раздел 3. Игровые стратегии.

Изучение даже самых простых игровых стратегий не входит в обязательную школьную программу. Однако в теории игр содержится много содержательных и интересных задач, решение которых не требует специальных вычислительных навыков и сводится к нахождению выигрышной стратегии для какого-то игрока, основанной на возможности симметричного повтора ходов или передачи хода. Изучение материала данного раздела начинается с понятий игры как математической задачи, выигрышной позиции и выигрышной стратегии. Проводится разбор нескольких задач с различными методами поиска выигрышных позиций. Выигрышная стратегия может быть построена на дополнении, разбиении на пары, использовании центральной, осевой или более сложной симметрии.

Освоение материала осуществляется посредством анализа выигрышных и проигрышных ситуаций в различных видах игровых задач. Основные рассматриваемые идеи и методы: выигрышная стратегия, симметричная позиция, передача хода.

Раздел 4. Конструктивные задачи с поиском оптимального варианта.

В таких задачах должна быть сделана оценка, определяющая наибольшее или наименьшее возможное значение искомой величины. Если оценка достигается, то это подтверждается соответствующим примером. Задачи подобного вида совершенно не характерны для стандартной школьной программы, однако они довольно часто встречаются на математических олимпиадах и турнирах. В разделе изучаются некоторые методы нахождения оценок и построения примеров. Сложность указанной темы приводит к необходимости решения большого количества задач, в том числе самостоятельно, а также основательного разбора этих задач.

Обучающиеся должны научиться делать оценки в соответствующих конструктивных задачах и строить необходимые примеры.

Основные рассматриваемые идеи и методы: оценка, определяющая нижнюю и верхнюю границу значений, конструкция примеров, соответствующих оценке.

Раздел 5. Решение задач с помощью раскрасок и покрытий.

Во многих случаях использование раскраски позволяет решить определенного вида задачи, не прибегая к расчетам. Как правило, в таких задачах требуется доказать, что нельзя получить одну ситуацию из другой последовательным применением заданных операций. Часто при различных операциях сохраняется некоторая величина, далеко не всегда очевидная. Раскраска показывает, что в конечном положении значение соответствующей величины не сохраняется. Отдельная проблема - выбор подходящей раскраски.

В задачах на покрытие ответ во многих случаях оказывается отрицательным. Некоторую поверхность не удастся покрыть фигурами заданного вида.

В разделе рассматриваются задачи, в которых решение находится с помощью шахматной, диагональной и других видах раскраски.

Обучающиеся должны понимать принцип использования раскрасок, научиться выбирать подходящую раскраску в задачах с инвариантами, а также анализировать особенности различных покрытий.

Основные рассматриваемые идеи и методы: инвариант (величина) как вид ограничения, раскраска как форма инварианта.

Тематическое планирование

№	Тема занятия	Часы
Раздел 1.	<i>Признаки делимости натуральных чисел. Делимость натуральных чисел с остатком.</i>	7
1.	Признаки делимости натуральных чисел. Свойства остатков.	2
2.	Делимость с остатком степеней натуральных чисел. Цикличность.	2
3.	Некоторые приемы решения простейших уравнений в целых числах.	2
4.	Контрольная работа.	1
Раздел 2.	<i>Принцип Дирихле и его применение для решения задач.</i>	5
1.	Логическая схема решения задач с использованием принципа Дирихле.	2
2.	Применение принципа Дирихле в задачах по алгебре и теории чисел.	2
3.	Контрольная работа.	1
Раздел 3.	<i>Игровые стратегии.</i>	5
1.	Понятие игры и игровой стратегии.	1
2.	Анализ выигрышных и проигрышных позиций.	1
3.	Симметрия в выигрышных стратегиях.	2
4.	Контрольная работа.	1
Раздел 4.	<i>Конструктивные задачи с поиском оптимального варианта.</i>	9
1.	Методы получения оценок и построение примеров в конструктивных задачах.	3
2.	Решение различных конструктивных задач с оценками и примерами.	4
3.	Контрольная работа.	2
Раздел 5.	<i>Решение задач с помощью раскрасок и покрытий.</i>	8
1.	Раскраски как способы решения задач	1
2.	Решение задач с помощью шахматной раскраски и других раскрасок.	3
3.	Покрывание площадей «доминошками» и другими фигурами.	2
4.	Контрольная работа.	2
	<i>Итого:</i>	34